(Allegato 3)

Al Presidente di con.Scienze
Università di Roma "Sapienza"
Dipartimento di Chimica Nuovo Edificio "Caglioti" V piano st. 20
p.le Aldo Moro, 5
00185 Roma, RM, ITALY

ABSTRACT

(Descrizione sintetica dell'elaborato non più di una cartella – NB: l'abstract deve essere redatto in lingua italiana anche nel caso di tesi redatta esclusivamente in lingua inglese)

NOME E COGNOME_BERTOLINI SUSANNA_

DIPARTIMENTO _MATEMATICA__

UNIVERSITA' ___MILANO-BICOCCA______

TITOLO TESI ON THE OBSTACLE PROBLEM: A STUDY OF THE SINGULAR SET _

Descrizione (Abstract):

In questa tesi viene discussa la regolarità del free boundary per il problema dell'ostacolo.

Nel primo capitolo vengono introdotti il problema dell'ostacolo, alcune sue formulazioni equivalenti e la nozione di soluzione. Dopo aver discusso esistenza e unicità di una soluzione tramite il metodo dell'energia, si dimostra un risultato riguardante la regolarità della soluzione: ogni soluzione del problema dell'ostacolo é $C_{1,1}$. Inoltre, si prova che ogni soluzione con insieme di contatto non vuoto non è C_2, il che rende il risultato ottimale.

Nel secondo capitolo vengono classificati tutti i possibili primi blow-ups di una soluzione centrati in un punto del free boundary e si provano alcuni primi risultati riguardo la regolarità del free boundary. In particolare, nel terzo capitolo dimostriamo che se il Laplaciano (debole) della soluzione è limitato inferiormente, allora il free boundary è liscio, possibilmente al di fuori di un insieme di punti detti punti singolari; ossia, il free boundary è liscio in un intorno di ogni punto regolare.

A partire dal quarto capitolo studiamo il comportamento del free boundary intorno ai punti singolari: proviamo che l'insieme dei punti singolari può essere scritto come unione di strati Σ_m a seconda della dimensione dell'insieme su cui il primo blow-up si annulla, e che Σ_m è contenuto in una varietà C_1 $m-$dimensionale: ciò implica che l'insieme dei punti singolari ha dimensione al più $n - 1$. Questo risultato è sharp, nel senso che è possibile costruire un esempio in cui l'insieme dei punti singolari è $(n - 1)-$dimensionale e tale che l'insieme dei punti singolari in Σ_m ha dimensione m. D'altra parte, però, si congettura che genericamente il free boundary sia liscio, ossia che per quasi ogni dato al bordo il free boundary contiene solo punti regolari. In altre parole, i punti singolari possono apparire, ma ci si aspetta che siano rari.

Questa è conosciuta come congettura di Schaeffer, ed è stata dimostrata da Monneau per la dimensione 2 e più recentemente da Figalli-Ros Oton -Serra in dimensione ≤ 4. Lo scopo del quinto e sesto capitolo è dunque studiare più in profondità l'insieme dei punti singolari e dare una traccia della dimostrazione per il caso $n = 3$.

Nel quinto capitolo, vengono migliorati i risultati sull'insieme dei punti singolari introducendo la nozione di secondo blow-up e

studiandone le proprietà. Inoltre, seguendo l'articolo di Figalli e Serra si classifica il secondo blow-up e si divide ogni strato Σ in punti singolari anomali e generici, Σ_a e $\Sigma_{\geq 3}$ rispettivamente. Si dimostra che l'insieme dei punti generici $\Sigma_{\geq 3}$ è contenuto in una varietà $C_{1,1}$ $m-$dimensionale, dunque migliorando il risultato del capitolo precedente, e viene stimata la dimensione di Hausdorff di $\Sigma_{a,m}$.

Infine nell'ultimo capitolo viene data una traccia della dimostrazione della congettura di Schaeffer nel caso n = 3, seguendo l'articolo Figalli-Ros Oton- Serra, andando maggiormente nel dettaglio per quanto riguarda i risultati fondamentali che servono per la dimostrazione.

Firmato digitalmente da
SUSANNA BERTOLINI
18/12/2024 12:30:16 +0100
powered by cheFirma!

Data _18/12/2024___ Firma ____________________________